

Как телеграфные уравнения превращают чупакабру в звезды Давида

Славянский гений Никола Тесла утверждал, что окружающий нас мир состоит из эфира и волн, а о молнии он знает больше чем сам Бог. А что мы знаем о ней? Судя по всему, не так уж и много. Мы, к примеру, не знаем и не хотим знать, как распространяются по простейшему электротехническому устройству, каким является стержневой молниеотвод Франклина (длинная линия, частично погруженная в грунт), волны потенциала и тока, инициированные ударом в него разряда линейной или шаровой молнии. Поскольку в учебниках по ТОЭ и Википедии об этих протекающих с околосветовыми скоростями нестационарных волновых процессах нет никаких экспериментальных данных, будем считать их виртуальными, существующими только в пространстве решений корректно сформулированных начально-краевых задач для телеграфных уравнений. Тем не менее, попытаемся выяснить можно ли для них повернуть время вспять с тем, чтобы найти им хоть какое-то практическое применение.

1. Теоретические предпосылки

О путешествии во времени говорится много, но эти рассуждения носят скорее философско-религиозный, а не физико-математический характер. Утверждается, например, что перемещения материальных тел из будущего в настоящее и даже в прошлое не противоречат науке. Однако пока никто не привел ни одного конкретного количественного примера, математически точно описывающего протекание того или иного физического процесса в обратном времени чего нельзя наблюдать в реальной действительности. Контрамоцию (движение во времени в обратную сторону, когда причина и следствие меняются местами) можно увидеть только в научно-фантастических фильмах, где видеоизображения попросту показывают в обратном порядке.

В [1] дано точное аналитическое решение нестационарной задачи о включении длинной линии на постоянное напряжение, что можно рассматривать в качестве первого шага к построению физико-математической модели об ударе линейной молнии в грозозащитный трос. Исходные телеграфные уравнения были записаны в безразмерной форме

$$\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + Ri = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial x} + Gu = 0 \quad (1.1)$$

и интегрировались при нулевых начальных условиях и единичном скачке напряжения на входе полубесконечной линии с активными потерями: $u(x, 0) = i(x, 0) = 0$; $u(0, t) = 1$; $R = 2$, $G = 0$. Пространственно-временное распределение тока удалось представить в довольно компактно виде

$$i(x, t) = I_0 \left(\frac{R}{2} \sqrt{t^2 - x^2} \right) e^{-\frac{Rt}{2}} \quad \text{при } t > x; \quad i(x, t) = 0 \quad \text{при } t \leq x, \quad (1.2)$$

где $I_1(z) = J_1(jz)$ - видоизменённая функция Бесселя первого рода порядка ν .

Принимая во внимание равенство скачков искомых функций на фронте волны:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0, \varepsilon > 0} u(x, x + \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0, \varepsilon > 0} i(x, x + \varepsilon) = e^{-\frac{Rt}{2}} \quad \text{и выражение для продифференцированной по}$$

пространственной переменной функции тока: $\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = \frac{Rxe^{-\frac{Rx}{2}}}{2\sqrt{t^2-x^2}} I_1\left(\frac{R}{2}\sqrt{t^2-x^2}\right)$, получим аналитическое представление и для напряжения [2]:

$$u(x,t) = e^{-\frac{Rx}{2}} - \frac{R}{2} \int_x^t \frac{xe^{-\frac{Rz}{2}}}{\sqrt{z^2-x^2}} I_1\left(\frac{R}{2}\sqrt{z^2-x^2}\right) dz \text{ при } t > x \text{ и } u(x,t)=0 \text{ при } t \leq x. \quad (1.3)$$

Пользуясь линейностью и однородностью исходных дифференциальных уравнений в частных производных (1.1) формулы (1.2), (1.3) можно обобщить для произвольного входного напряжения $u(0,t) = f(t)$:

$$i(x,t) = f(t-x)e^{-\frac{Rx}{2}} - \int_0^{t-x} \frac{\partial i_1}{\partial t}(x,t-z)f(z)dz, \quad t > x, \quad (1.4)$$

$$u(x,t) = f(t-x)e^{-\frac{Rx}{2}} - \int_0^{t-x} \frac{\partial u_1}{\partial t}(x,t-z)f(z)dz, \quad t > x,$$

$$i(x,t) = u(x,t) = 0, \quad t \leq x,$$

где

$$\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial t} = \frac{Rxe^{-\frac{Rx}{2}}}{2\sqrt{t^2-x^2}} I_1\left(\frac{R}{2}\sqrt{t^2-x^2}\right) e^{-\frac{Rx}{2}}, \quad t > x,$$

$$\frac{\partial i_1(x,t)}{\partial t} = \frac{te^{-\frac{Rx}{2}}}{\sqrt{t^2-x^2}} I_1\left(\frac{R}{2}\sqrt{t^2-x^2}\right) + e^{-\frac{Rx}{2}} I_0\left(\frac{R}{2}\sqrt{t^2-x^2}\right), \quad t > x,$$

$$\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial i_1(x,t)}{\partial t} = 0, \quad t \leq x.$$

Очевидно, что входящие здесь интегралы с переменным верхним пределом приходится определять численно, а дальнейшие обобщения решения, например, для ненулевой утечки $G > 0$ (за исключением случая неискажающей линии $G = R$) или для линии конечной длины представляются нереальными. Возможно, такие решения в квадратурах и можно построить для каких-то частных случаев, но они, наверняка, будут чрезвычайно громоздкими.

Зададим функцию $f(t)$ в виде 7 ступенек по времени, разделенных равными интервалами:

$$f(t) = (t < 1.4) \frac{(-1)^{\lfloor 10t \rfloor + 1}}{2} \quad (f(j) = (j < 1400) * ((-1)^{\lfloor j/100 \rfloor}) / 2)$$

и протабулируем выражения (1.4) на множестве из 2000 равномерно расположенных по x узлов для момента времени $t = 1.8$. Результаты расчетов представлены на рис. 1.1

при $h = \tau = 0.001$ и следующих значениях погонных параметров линии: $R = G = 0$ (a); $R = 1, G = 0$ (b); $R = 2, G = 0$ (c); $R = 5, G = 0$ (d); $R = 10, G = 0$ (e), $R = G = 10$ (f).

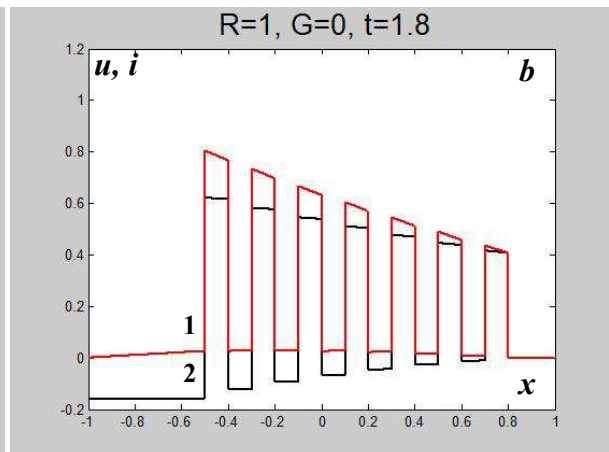
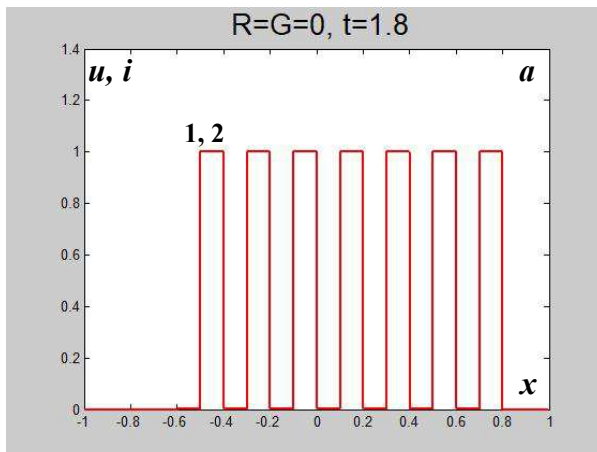
Если полярность входного сигнала менять на противоположную на каждом шаге интегрирования по времени: $q(j) = f(j) * (-1)^{j+1}$, $j=1, 2, 3, \dots$, то количество подводимой к линии электромагнитной энергии останется таким же, как и при монополярном импульсе, но картина волнового поля изменится радикально и в количественном и качественном отношении (см. рис. 1.2)

На видео **Топор Путина против циркуля и линейки** приводятся точные (эталонные) решения для телеграфных уравнений в прямом и обратном времени, берущие свое начало из забытой всеми монографии [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Круг К.А.** Переходные процессы в линейных электрических цепях. – М. – Л.: ГЭИ, 1948. – 344с.
2. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи /Учебник для ВТУЗов. – М.: Высшая школа, 1984. – 559с.
3. **Берил С. И., Римский В. К., Алхазов А. Э.** PaPuRi - алгоритм, тесты, молниеотвод, шифратор (должен знать каждый выпускник технического вуза планеты). – Кишинев: РИЦ МолдГУ, 2018. – 264с. – ISBN 978-9975-142-32-8
4. **Топор Путина против циркуля и линейки. Видео 7.** - youtube.com

PaPuRi – тест № 1 (7 ступенек)



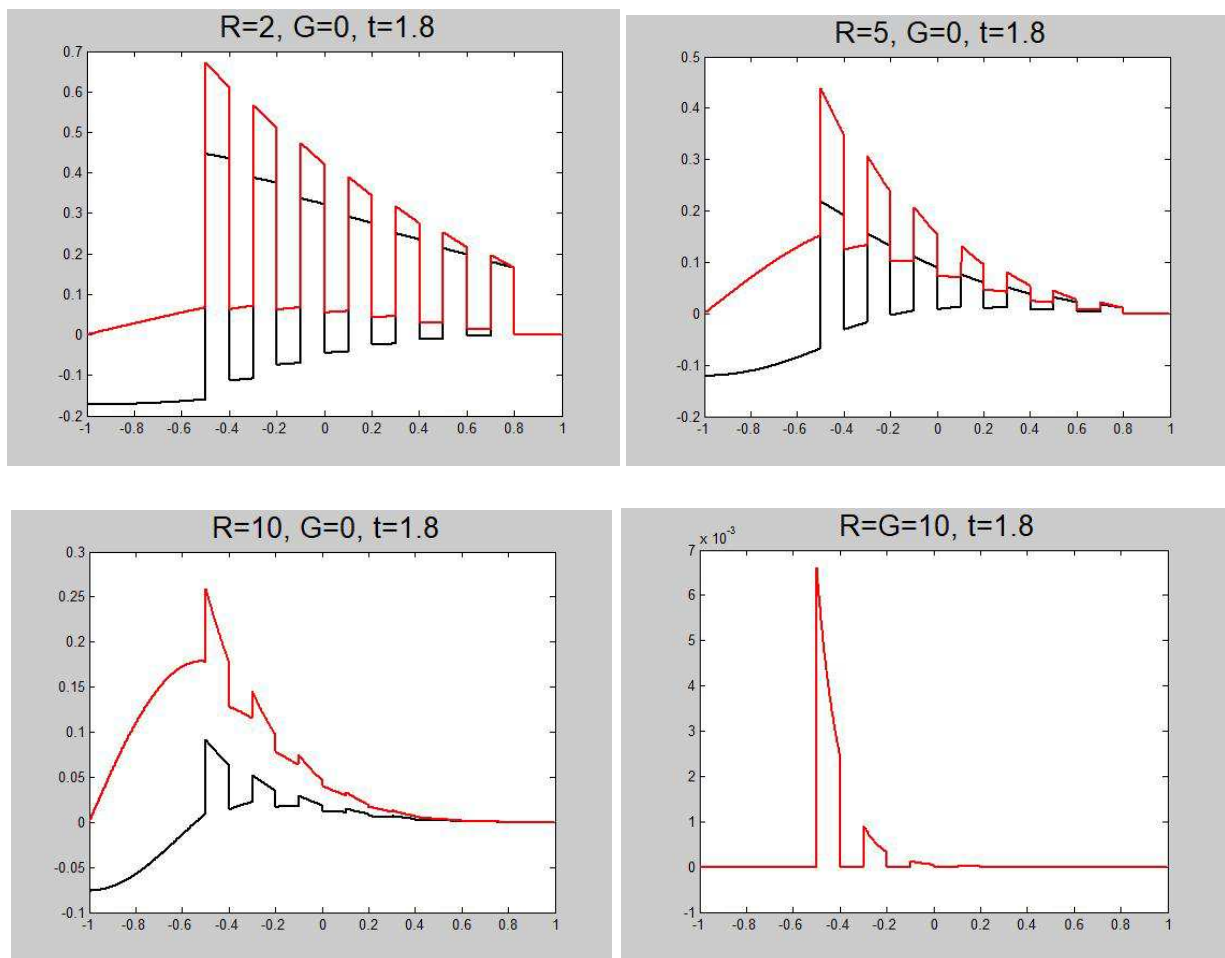


Рис. 1.1. Распределение в линии напряжения (кривая 1) и тока (кривая 2) на момент времени $t = 1.8$ для монополярного входного импульса при $R = G = 0$ (a); $R = 1, G = 0$ (b); $R = 2, G = 0$ (c); $R = 5, G = 0$ (d); $R = 10, G = 0$ (e), $R = G = 10$ (f).

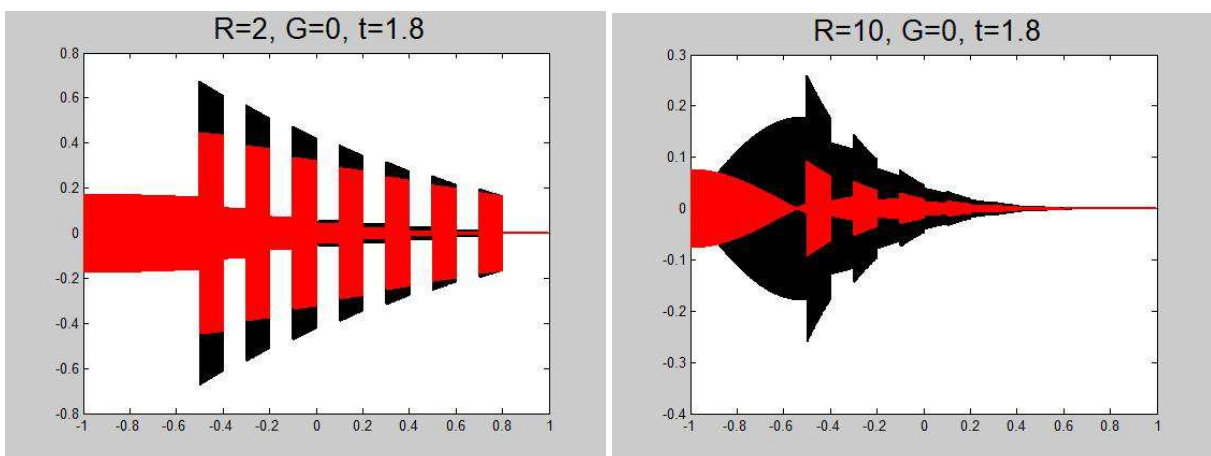
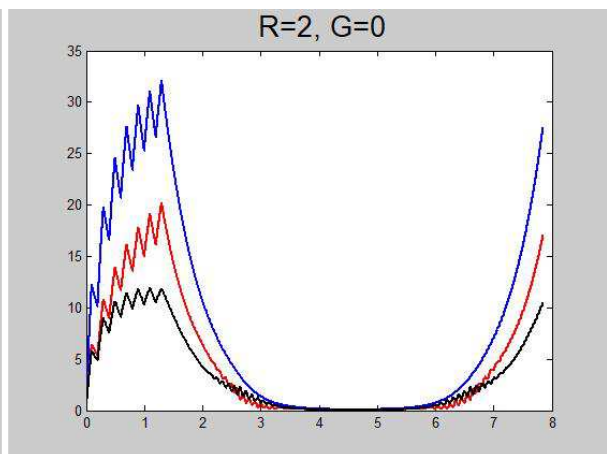
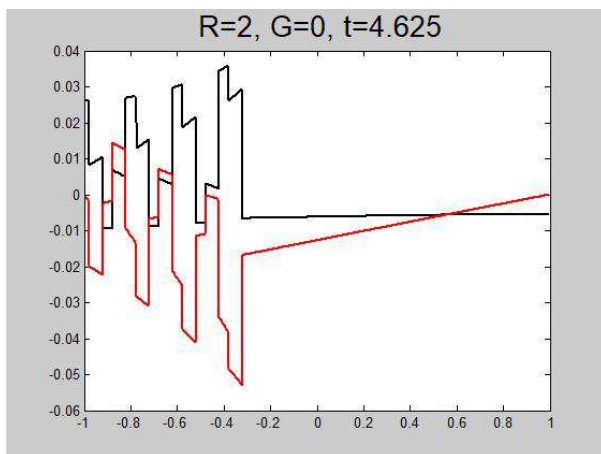
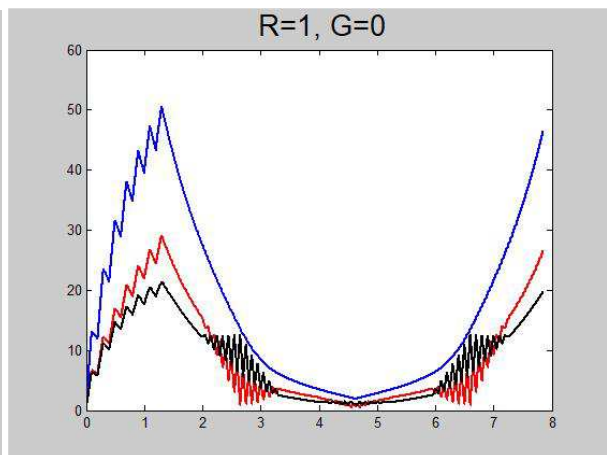
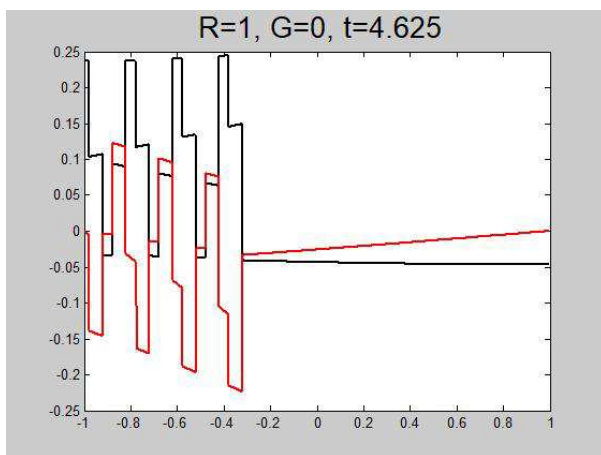
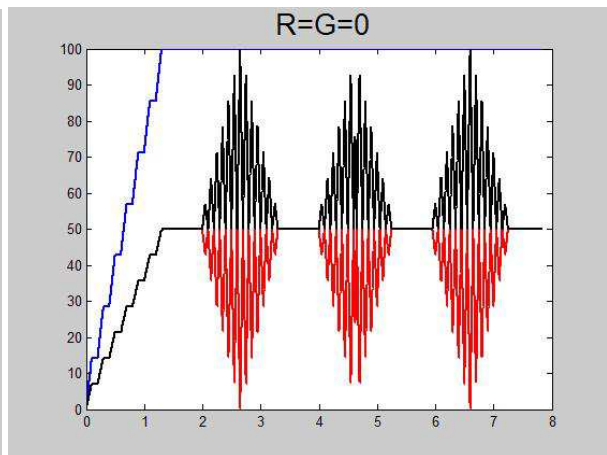
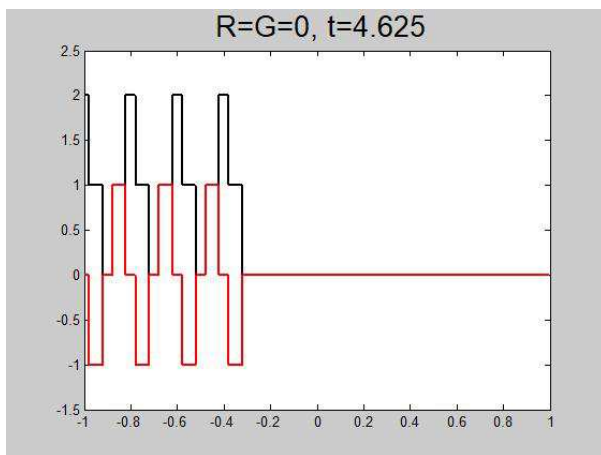


Рис. 1.2. Распределение в линии напряжения (кривая 1) и тока (кривая 2) на момент времени $t = 1.8$ для биполярного входного импульса при $R = 2, G = 0$ (a); $R = 10, G = 0$ (b).



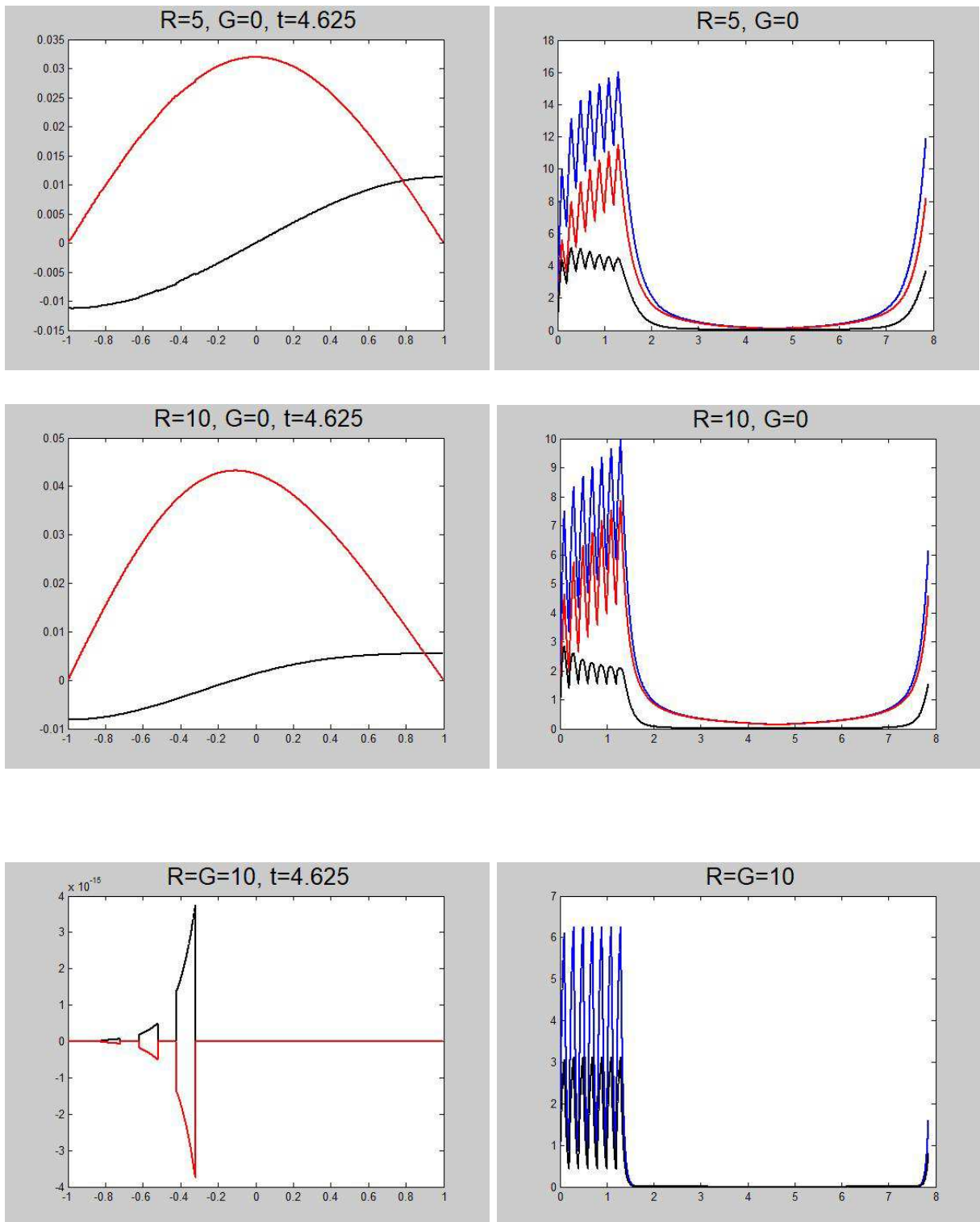


Рис. 1.3. Пространственное распределение напряжения и тока при $t = 4.625$, а также динамика изменения составляющих энергии в прямом и обратном времени для монополярного входного импульса при $R = G = 0$ (a); $R = 1, G = 0$ (b); $R = 2, G = 0$ (c); $R = 5, G = 0$ (d); $R = 10, G = 0$ (e), $R = G = 10$ (f).

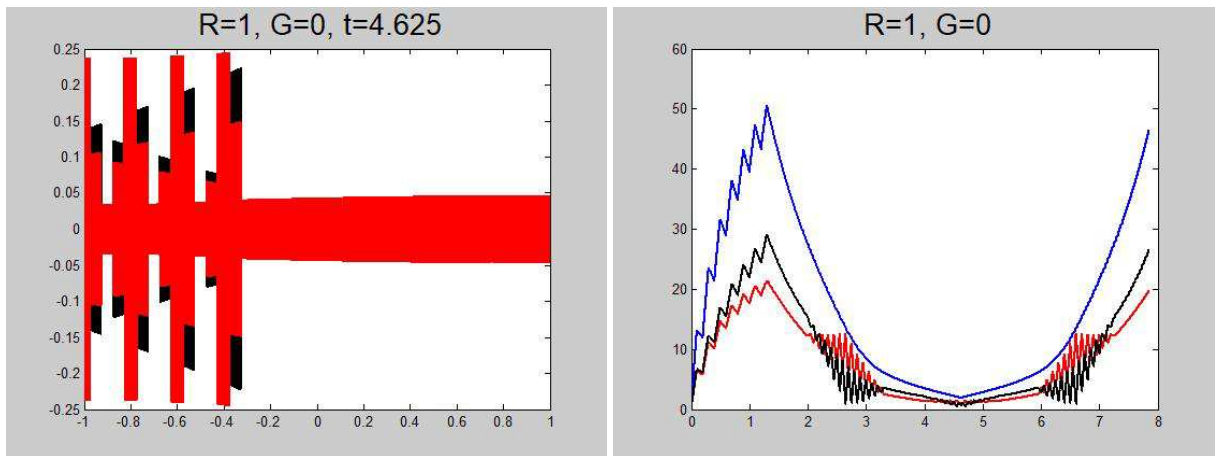
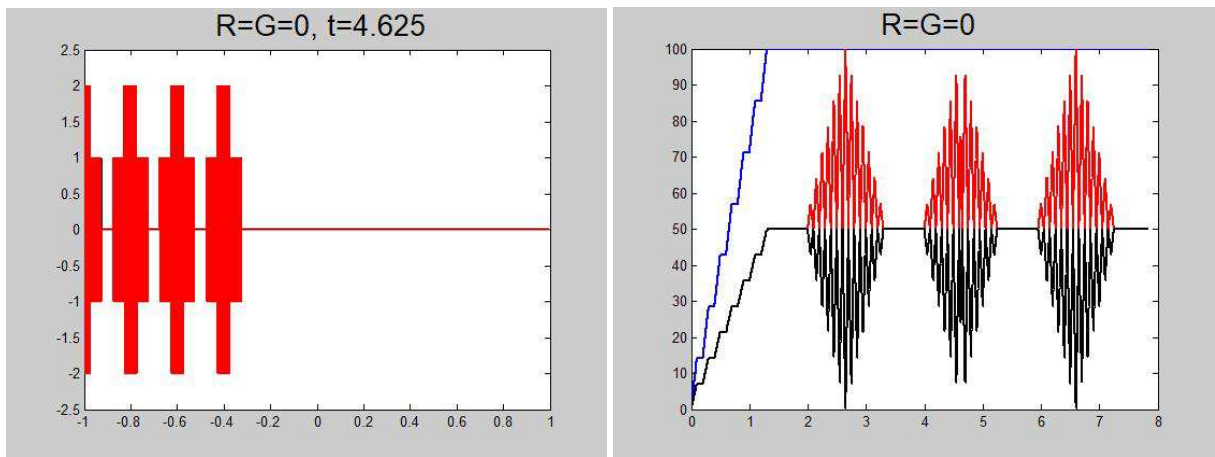


Рис. 1.4. Пространственное распределение напряжения и тока при $t = 4.625$, а также динамика изменения составляющих энергии в прямом и обратном времени для биполярного входного импульса при $R = G = 0$ (a); $R = 1, G = 0$ (b).

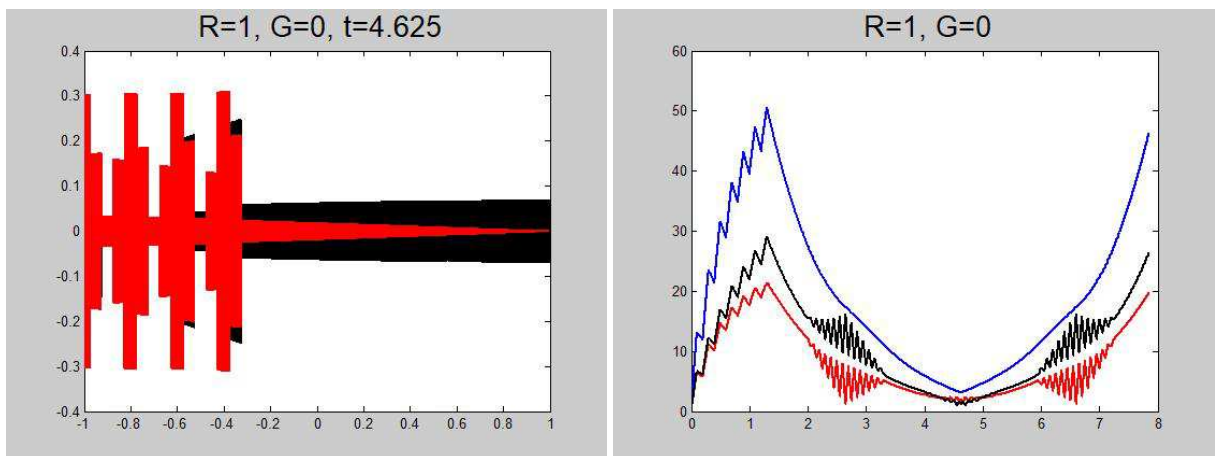


Рис. 1.5. Пространственное распределение напряжения и тока при $t = 4.625$, а также динамика изменения составляющих энергии в прямом и обратном времени для биполярного входного импульса при $R = 1, G = 0$ и переключении правого конца линии $x = 1$ с КЗ на XX.

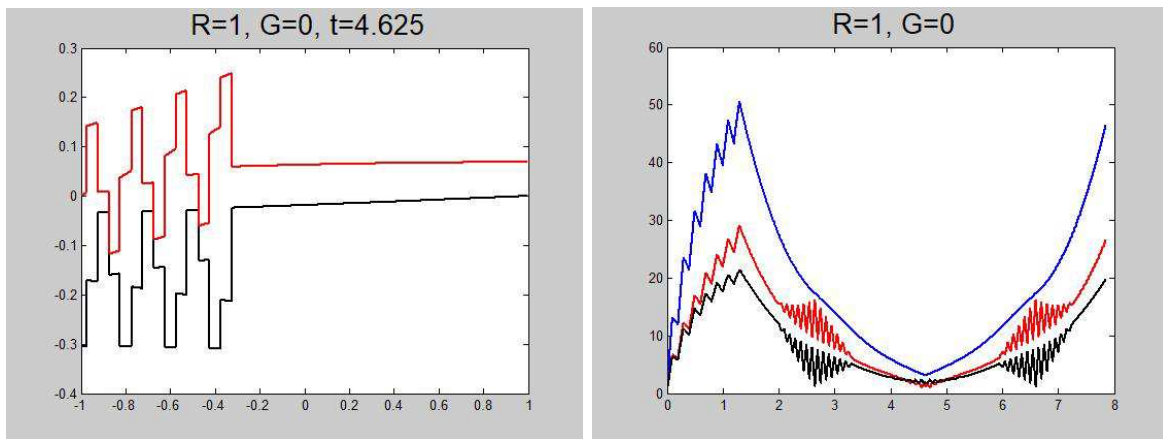
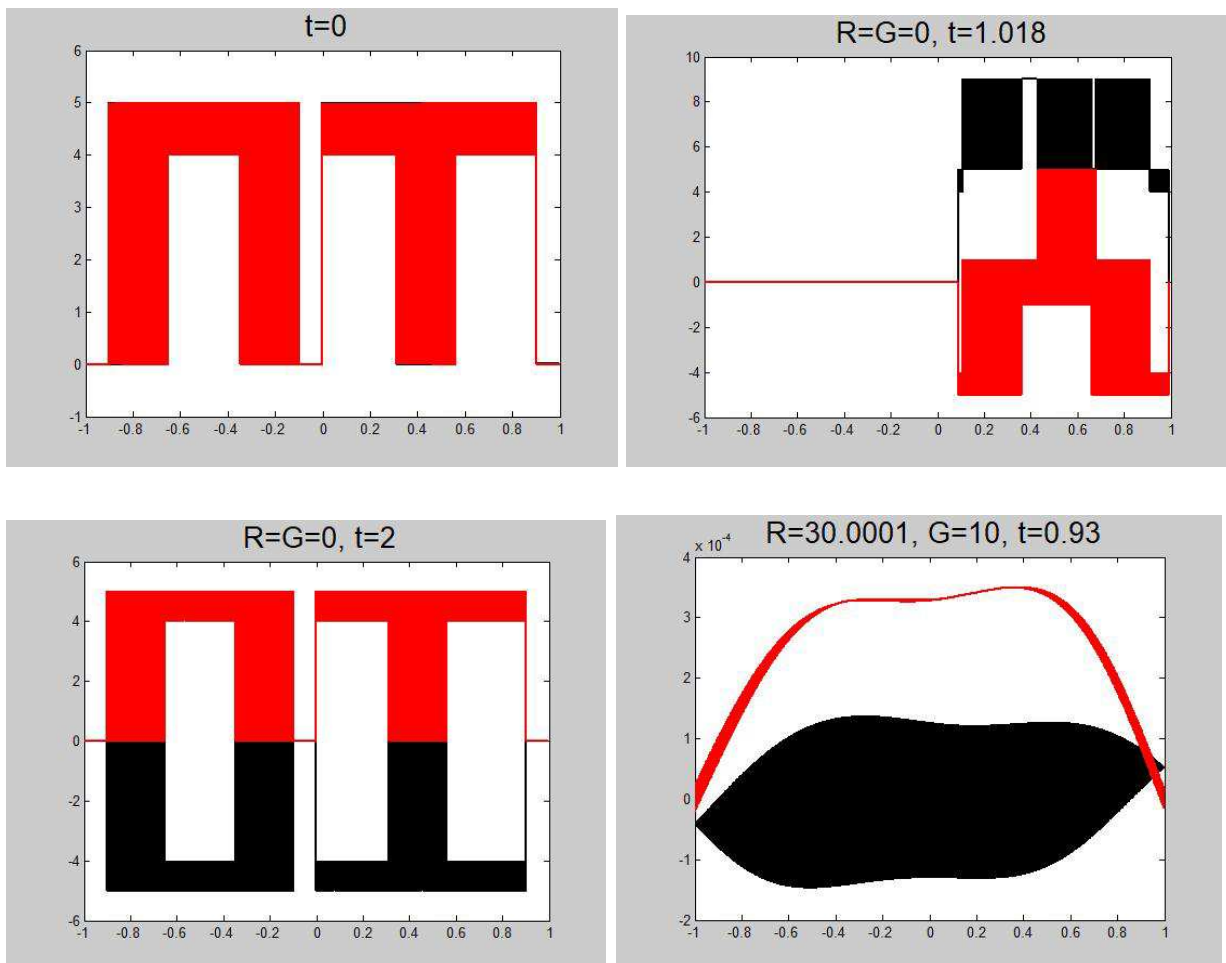


Рис. 1.6. Пространственное распределение напряжения и тока при $t = 4.625$, а также динамика изменения составляющих энергии в прямом и обратном времени для монополярного входного импульса при $R = 1$, $G = 0$ и переключении правого конца линии $x = 1$ с КЗ на XX.

2. PaPuRi – шифратор



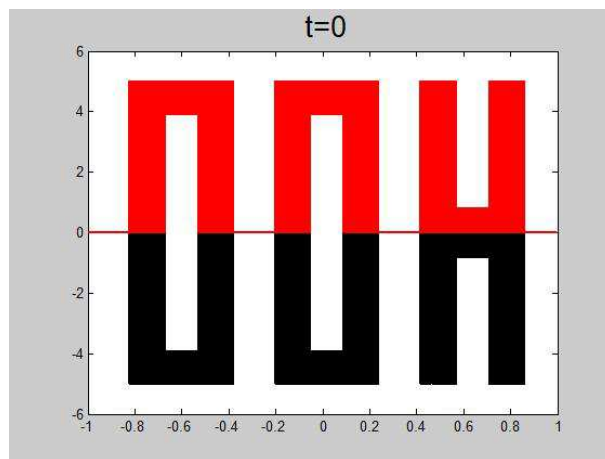
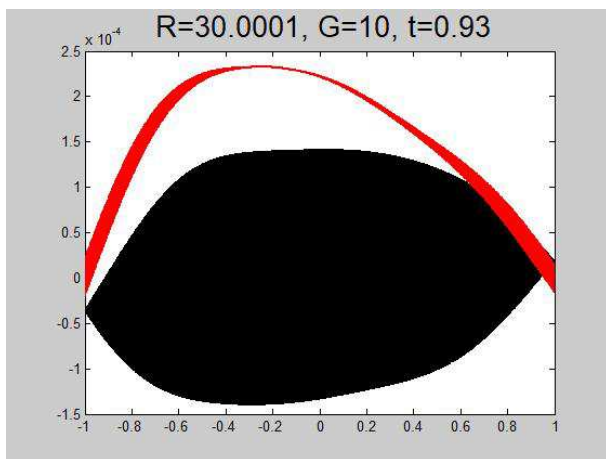


Рис. 2.1.

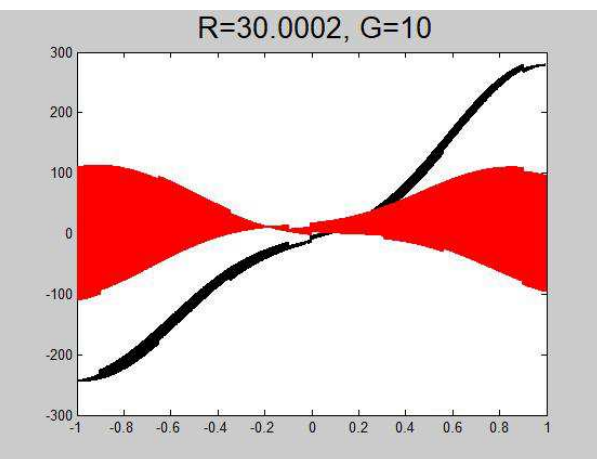
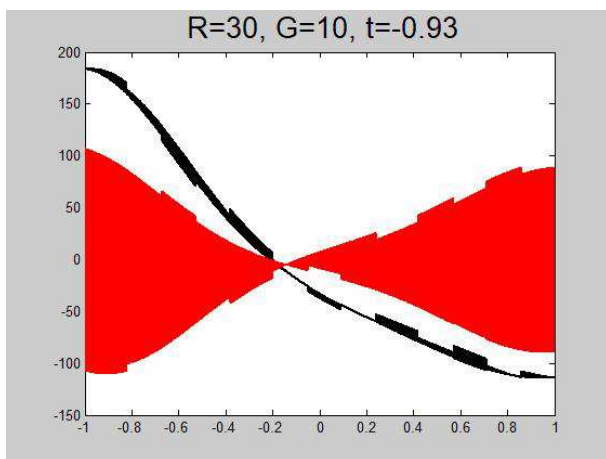
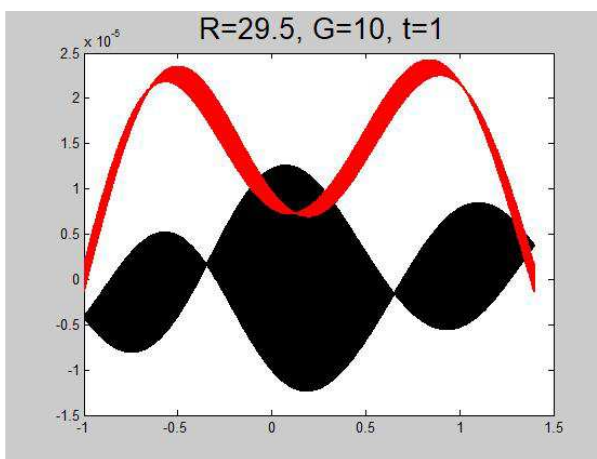
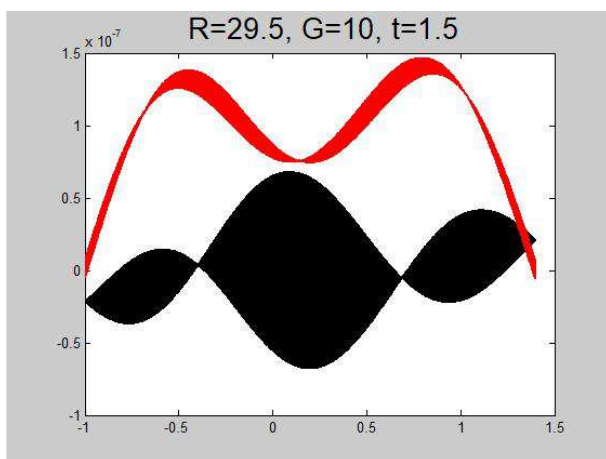


Рис. 2.2.



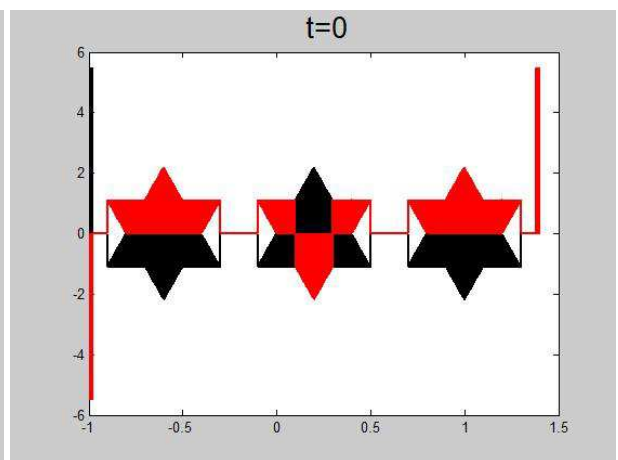
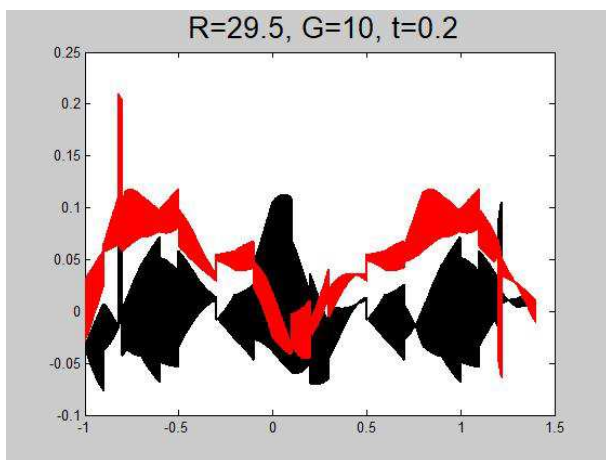
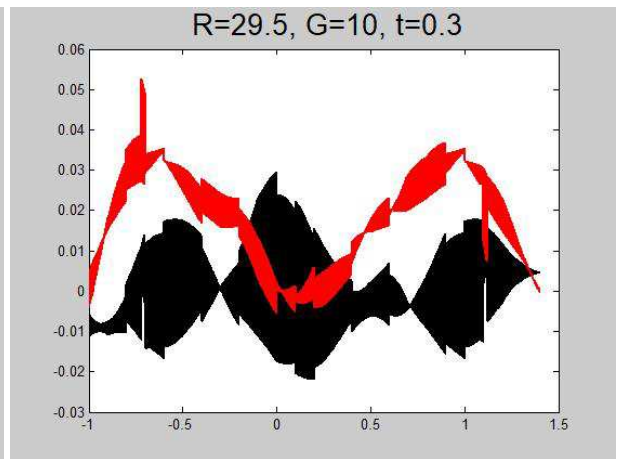
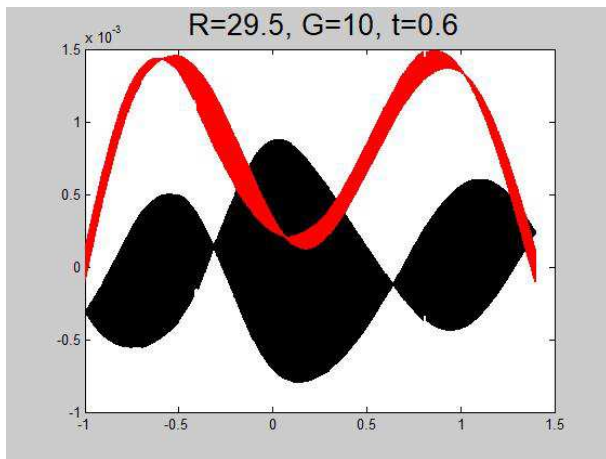


Рис. 2.3. Телеграфные уравнения трансформируют логотип McD в чупакабру, а затем в звезды Давида

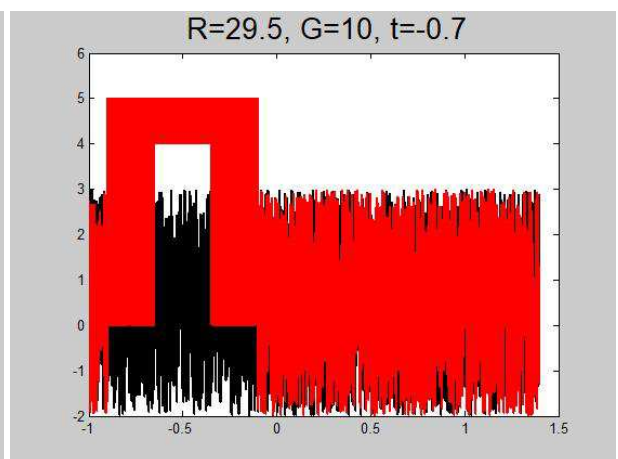
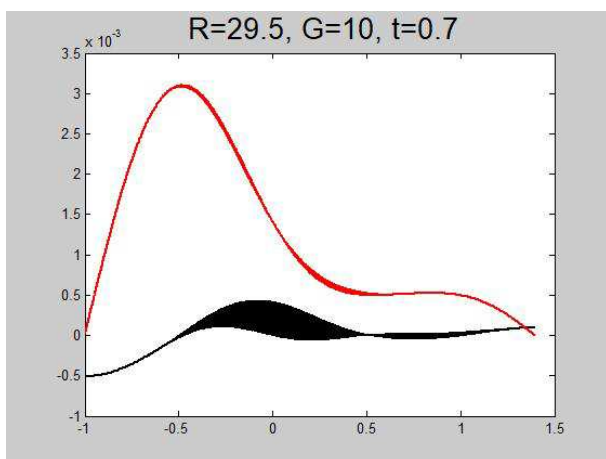


Рис. 2.7.